Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Для билета

Вариант задания 2

№ 1

$h = 1{,}5$

$v_0 = 10$ м/с

$h - ?$

$a_{ср} = \frac{\Delta \vec{v}}{\tau} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\tau}$

$a = g\cos\alpha$

Конечная максимальная

$\Leftrightarrow \frac{g\tau\cos\alpha}{v - v_0} = \frac{3}{2}$

$v_x = v_0 = v\sin\alpha \qquad v = \frac{v_0}{\sin\alpha}$

По оф: $h = \frac{g\tau^2}{2} \qquad v\cos\alpha = g\tau$ ///

$\frac{v\sin\alpha}{v\cos\alpha} = \operatorname{tg}\alpha = \frac{v_0}{g\tau} \qquad \tau = \frac{v_0}{g\operatorname{tg}\alpha}$

$\frac{g \cdot \frac{v_0}{g\operatorname{tg}\alpha} \cdot \cos\alpha}{v_0\left(\frac{1}{\sin\alpha} - 1\right)} = \frac{3}{2} \qquad \frac{\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \cdot \cos\alpha}{\frac{1 - \sin\alpha}{\sin\alpha}} = \frac{3}{2}$

$3 - 3\sin\alpha = 2\cos^2\alpha \qquad 3 - 3\sin\alpha = 2 - 2\sin^2\alpha$

Можно использовать оборот листа для записи решений

$2\sin^2\alpha - 3\sin\alpha + 1 = 0$

$\begin{cases} \sin\alpha = 1 \text{ — не может быть} \\ \sin\alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\Rightarrow \alpha = 30^\circ$

$t = \frac{\sqrt{3}v_0}{g}$ $\quad h = \frac{g\cdot\left(\frac{\sqrt{3}v_0}{g}\right)^2}{2} - \frac{3gv_0^2}{2g^2}$

$h = \frac{3v_0^2}{2g}$ $\quad h = \frac{3\cdot(10\ м/с)^2}{2\cdot 10\ м/с^2}$ $\quad h = 15\ м$

№ 2

$V = 10^{-2}\ м^3$

$m_0 = 18\ г$

$\mu = 18\ г/моль$

$p_1 = 10^5\ Па$

$\alpha = 0{,}1$

$m - ?$

Т.к. в сосуде только вода и давление $p_1 = 10^5$ Па, то возможно пар в насыщ. состоянии при $t = 100°C$ или $T = 373\ K$

Проверим: $p_1V = \frac{m_0}{\mu}RT$ $\quad m_1 = \frac{p_1V\mu}{RT}$ $\quad m_1 = \frac{10^5\ Па\cdot 10^{-2}\ м^3\cdot 18\ г/моль}{8{,}31\ \frac{Дж}{моль\cdot К}\cdot 373\ К}$

$m_1 = 5{,}81\ г < m_0 \Rightarrow$ в сосуде есть жидкая вода

Тогда сначала испарится жидкая вода, а потом необходимое кол-во пара

$\Delta m = m_0 - m_1 + \Delta m$

$p_1V = \frac{m_1}{\mu}RT$ $\quad p_2V = \frac{m_2}{\mu}RT$ $\quad \Delta m = m_1 - m_2$

По условию $\frac{p_2}{p_1} = 1 - \alpha \Rightarrow p_1 - p_2 = \alpha p_1$

$\Delta m = \frac{(p_2 - p_1)V\mu}{RT} = \frac{\alpha p_1 V\mu}{RT}$ $\quad \Delta m = \frac{0{,}1\cdot 10^5\ Па\cdot 10^{-2}\ м^3\cdot 18\ г/моль}{8{,}31\ \frac{Дж}{моль\cdot К}\cdot 373\ К}$

$\Delta M = 0{,}58 z$

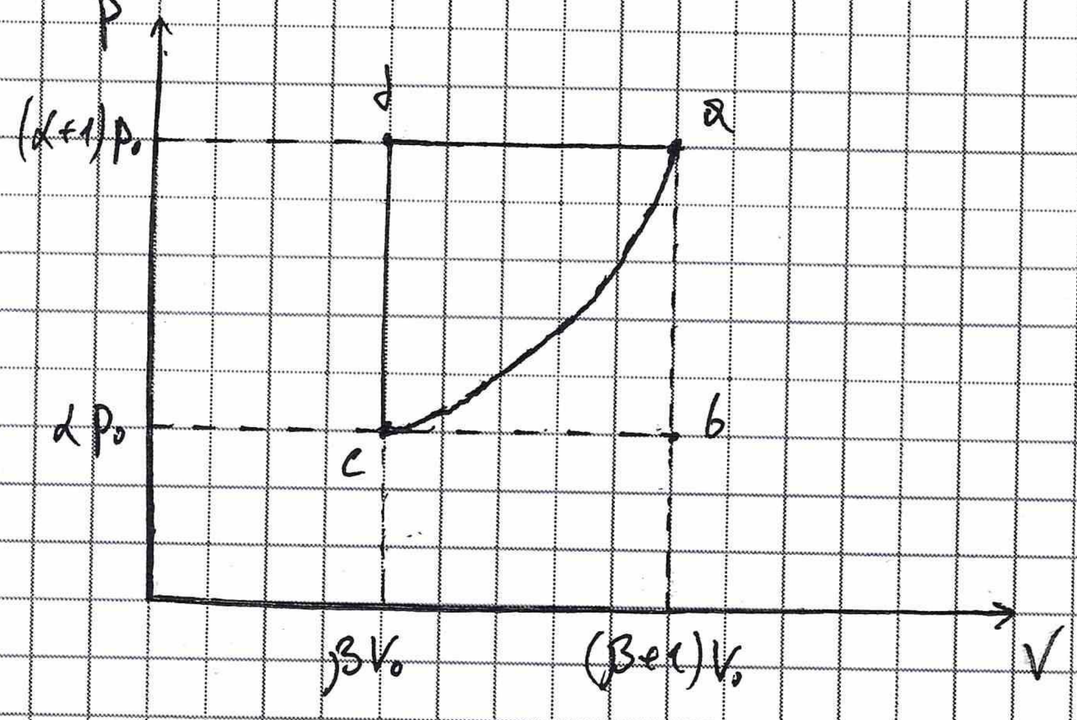
$M = m_0 - m_z + \Delta m \qquad M = 18z - 5{,}8 z + 0{,}58 z$

$M = 12{,}8 z$

№ 5

$i = 3$

Перерисую удачный график для удобства решения



Для цикла $a - b - c - a$:

$$A = P_0 V_0 - \frac{\pi P_0 V_0}{4} = \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) P_0 V_0$$

$$Q_x = -A_{bc} + U_a - U_c = \alpha P_0 V_0 + \frac{3}{2}\left((\alpha+1)(\beta+1) - \alpha\beta\right) P_0 V_0 =$$

на $a-b-c$

$$= \left(\alpha + \frac{3}{2}(\alpha\beta + \alpha + \beta + 1 - \alpha\beta)\right) P_0 V_0 = \left(\alpha + \frac{3}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{3}{2}\right) P_0 V_0$$

$$Q_x = \left(\frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{3}{2}\right) P_0 V_0$$

$$\eta = \frac{A}{Q_н} = \frac{A}{A + Q_х}$$

$$\eta = \frac{1 - \frac{\pi}{4}}{1 - \frac{\pi}{4} + \frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{3}{2}} = \frac{4 - \pi}{4 - \pi + 10\alpha + 6\beta + 6}$$

$$\eta = \frac{4 - \pi}{10 + 10\alpha + 6\beta - \pi}$$

Для а-е-d-a: $\eta_1 - ?$

$$A = \frac{\pi p_0 V_0}{4}$$

Аналогично,

$$Q_н = (\alpha + 1) p_0 V_0 + \frac{3}{2}(\alpha + \beta + 1) p_0 V_0 = \left(\alpha + 1 + \frac{3}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{3}{2}\right) p_0 V_0$$

для с-b-a

$$\eta_1 \sim \frac{A}{Q_н} = \frac{\frac{\pi}{4}}{\frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{5}{2}} = \frac{\pi}{10\alpha + 6\beta + 10}$$

Для a-b-c-d-a:

$$A = p_0 V_0$$

$$Q_н = \left(\frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{5}{2}\right) p_0 V_0$$

$$\eta_2 = \frac{1}{\frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{5}{2}}$$

$$\frac{4 - \pi}{4} = \left(10\alpha + 10\alpha + 6\beta\right) - \pi \qquad 10\alpha + 6\beta + 10 = \frac{4 - \pi}{4} + \pi$$

$$\Rightarrow \eta_2 = \frac{\eta}{\frac{4 - \pi}{4} - \pi} = \frac{4\eta}{4 - \pi - 4\pi}$$

$$\eta_1 = \frac{\pi\eta}{4 - (1 + 4)\pi}$$

$$\frac{5}{2}\alpha + \frac{3}{2}\beta + \frac{5}{2}\gamma \geq \left(\frac{4-\pi}{\eta} + \pi\right)\frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow \quad \eta_2 \geq \frac{1}{\left(\frac{4-\pi}{\eta} + \pi\right)\frac{1}{4}} = \frac{4\eta}{4-(1+\eta)\pi}$$

$\eta^{max} - ?$

$$\eta \geq \frac{4-\pi}{10+10\alpha+6\beta-\pi}$$

max при min $(10+10\alpha+6\beta-\pi)$

$\alpha, \beta \geq 0 \quad \Leftrightarrow$ min при $\alpha = \beta = 0$

$$\Rightarrow \eta^{max} = \frac{4-\pi}{10-\pi}$$

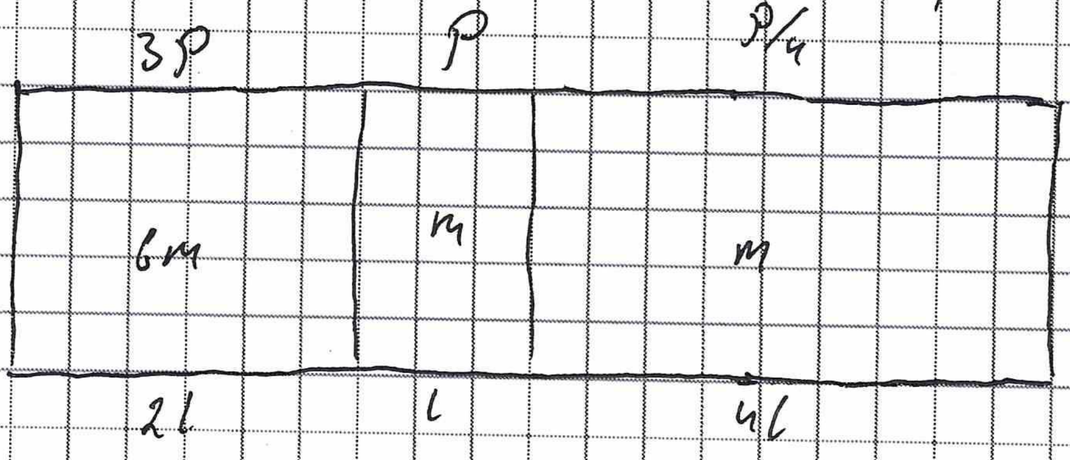
$$\eta^{max} = 12{,}5\,\%$$

$$\eta_1 \geq \frac{\pi\eta}{4-(1+\eta)\pi}$$

$$\eta_2 \geq \frac{4\eta}{4-(1+\eta)\pi}$$

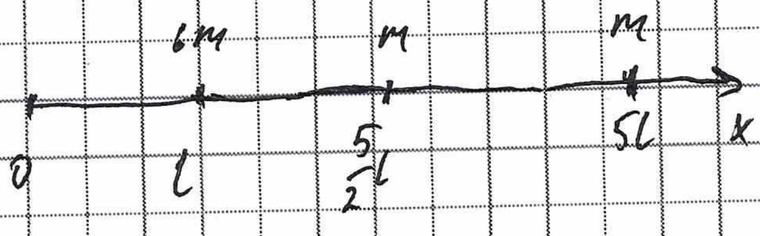
N 4

Как ~~сказать~~ сделать сечение постоянное, то v $\quad h - ?$

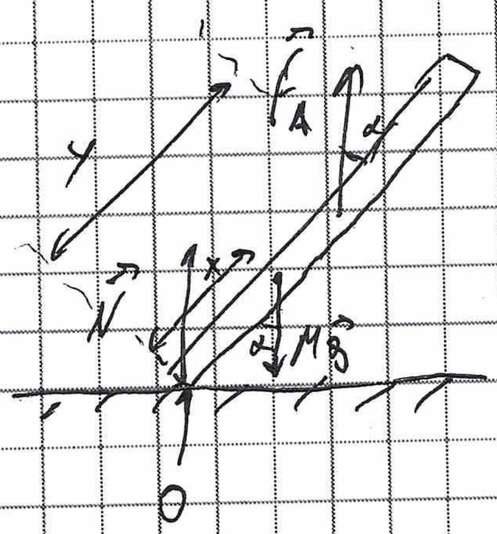


Введём ось X, где 0 – левый край заготовки

Т.к. части заготовки однородные, то расставим массы



$x_{цм} = \frac{6ml + \frac{5}{2}ml + 5ml}{8m} = \frac{12+5+10}{16} l = \frac{27}{16} l$



x – плечо силы тяги

y – ?

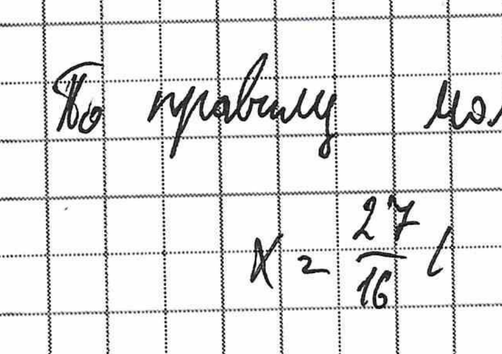
По правилу моментов: $Mg \cdot x \sin\alpha = F_{Ay} \sin\alpha$

$x = \frac{27}{16} l \qquad M = 8m$

$8m \cdot g \cdot \frac{27}{16} l = F_A \cdot y \qquad F_A = \rho g V_п \qquad m = \rho l S$

$g \cdot 8 \cdot \rho l S \cdot \frac{27}{16} l = \rho g V_п \cdot y$

$\frac{27}{2} l^2 S = V_п y$ h – уровень погружения



Тогда F_A приложена к доске, которая находится на глубине $\frac{h}{2}$

$y = \frac{h}{2} (\cos\alpha)^{-1}$

$V_п = h (\cos\alpha)^{-1} \cdot S$

$\Rightarrow \frac{27}{2} l^2 \cdot S = h \cos^{-1}\alpha \cdot S \cdot \frac{h}{2} \cos^{-1}\alpha$

$27 l^2 = h^2 \cos^{-2}\alpha$

olymp.bmstu.ru

Для того, чтобы тело вечное, должно выполняться при созд-е

$\mapsto \quad 27l^2 = h^2 \qquad h = 3\sqrt{3}\,l$

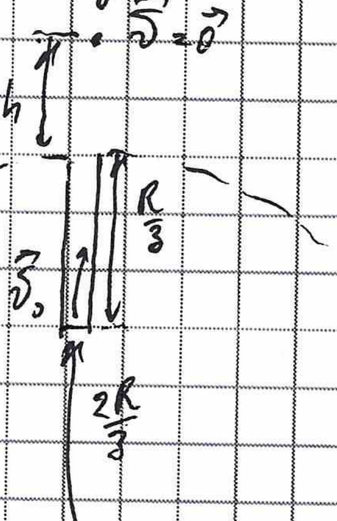
$h = 3\sqrt{3}\,l$ или $h = 5{,}2\,l$ (одно и то же)

№ 3

$h - ?$ $\quad R = 462$ км

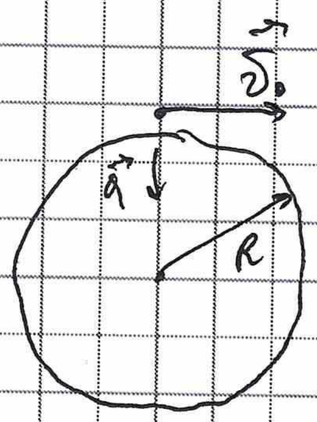
Энергия грав. взаимодействия находится по формуле $E = -\frac{GmM}{r^2}$

r - расст. м/у объектами



По ЗСЭ:

$\frac{mv_0^2}{2} - \frac{GmM}{\frac{2R}{3}} = -\frac{GmM}{R+h}$



$g = \frac{v_0^2}{R} \qquad mg = G\frac{mM}{R} \qquad \frac{v_0^2}{R} = \frac{GM}{R^2}$

$\mapsto v_0^2 = \frac{GM}{R}$

$\frac{m}{2} \cdot \frac{GM}{R} - \frac{GmM}{\frac{2R}{3}} \cdot 2 = -\frac{GmM}{R+h} \quad \Big| \cdot \frac{1}{GmM}$

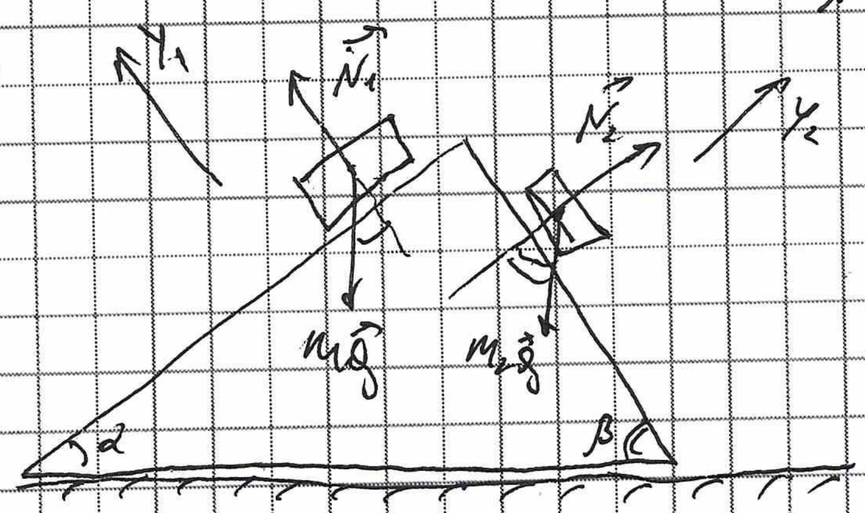
$\frac{1}{2R} - \frac{3}{2R} \cdot 2 = -\frac{1}{R+h}$

$$\frac{1-3}{2R} = -\frac{1}{R+h} \qquad -\frac{1}{R} = -\frac{1}{R+h}$$

$R = R + h \Rightarrow h = 0$

$\Rightarrow$ ракета остановится у поверхности астероида, т.е $h = 0$

№ 6

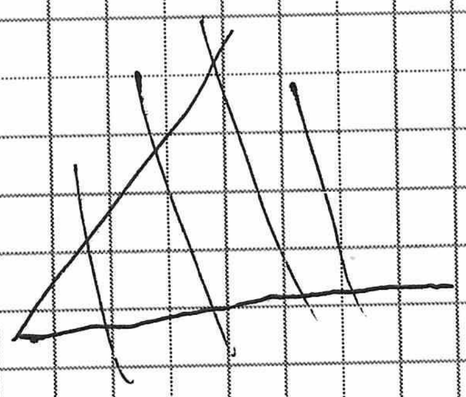


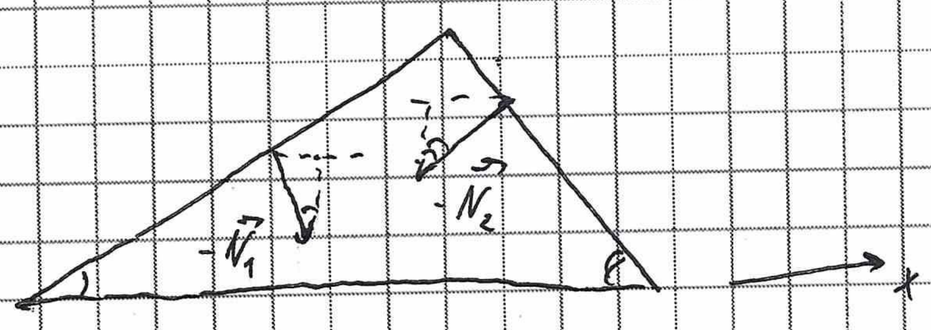
$m_1 = m$ $\quad$ $\alpha = 45°$

$m_2 - ?$ $\quad$ $\beta = 60°$

Т.к. клин покоится:

$N_1 = m_1 g \cos\alpha$ $\quad$ $N_2 = m_2 g \cos\beta$ ✱





По условию равновесия: $N_{1x} + N_{2x} = 0$

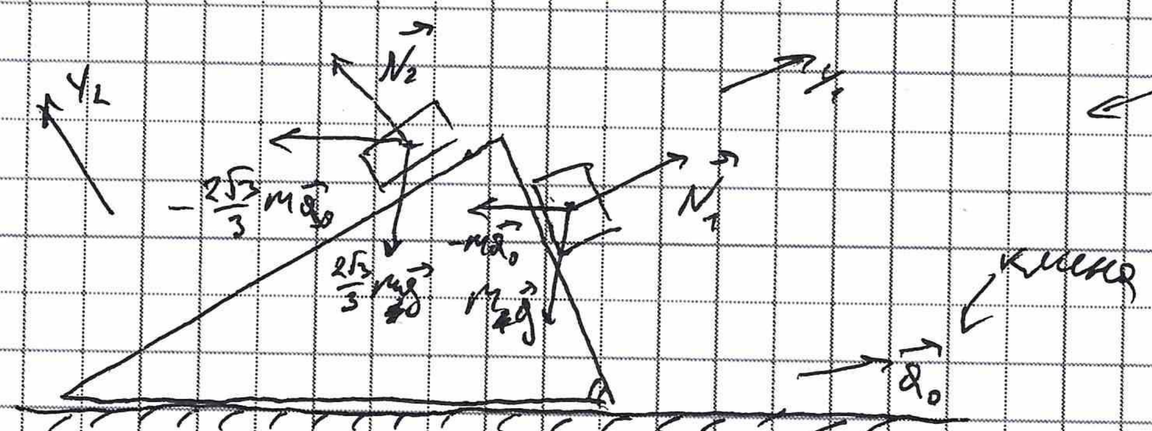
$N_2 \sin\alpha = N_2 \sin\beta$ $\quad$ $m_1 g \cos\alpha \sin\alpha = m_2 g \cos\beta \sin\beta$

$\Rightarrow m_2 = \frac{\sin 2\alpha}{\sin 2\beta} \cdot m$ $\quad$ $m_2 = \frac{\sin 90°}{\sin 120°} m$

$m_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3} m$ $\quad$ ответ $\quad$ $m_2 = 1{,}15\,m$

② $M_2 = \frac{5m}{4}$ $\vec{a}_0 - ?$

Пусть $\vec{a}_0$ направлено вправо



← В неинерциальной системе клина

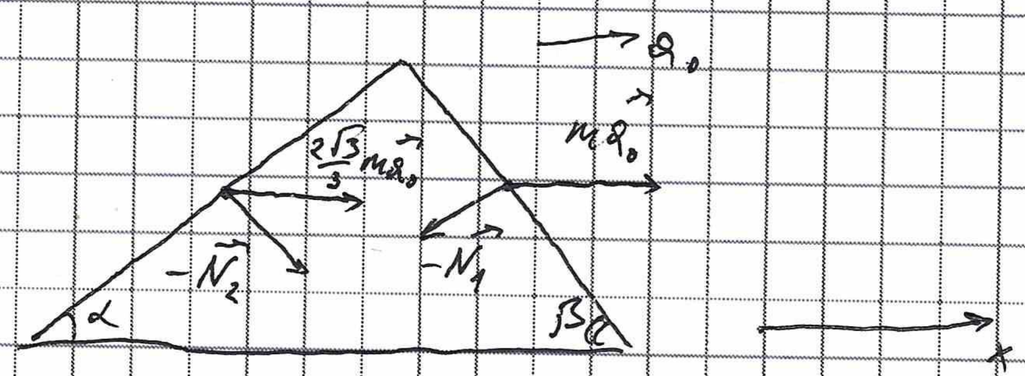
В СО клина Q_1 бруски 0

$$\Rightarrow N_1 = m(g\cos\beta + a_0\sin\beta)$$

$$N_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}m(g\cos\alpha - a_0\sin\alpha)$$

Клин действует на бруски с силами N и инерции

Теперь рассмотрим силы на клин со стороны брусков



II з. Ньютона для Ox:

$$Ma_0 = ma_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3}ma_0 + N_2\sin\alpha - N_1\sin\beta$$

$$\frac{5m}{4}a_0 = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}ma_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3}m\left(\frac{\sqrt{2}}{2}g - \frac{\sqrt{2}}{2}a_0\right)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2} - m\left(\frac{g}{2} + \frac{\sqrt{3}a_0}{2}\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{5a_0}{4} = \frac{3+2\sqrt{3}}{3}a_0 + \frac{\sqrt{3}}{3}g - \frac{\sqrt{3}}{3}a_0 - \frac{\sqrt{3}}{4}g - \frac{3}{4}a_0$$

№6

$$\frac{5}{4}a_0 = a_0 + \frac{2\sqrt{3}}{3}a_0 + \frac{\sqrt{3}}{3}g - \frac{\sqrt{3}}{3}a_0 - \frac{\sqrt{3}}{4}g - \frac{3}{4}a_0$$

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4} - 1 - \frac{2\sqrt{3}}{3} + \frac{\sqrt{3}}{3}\right)a_0 = \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4}\right)g$$

$$\left(1 + \frac{\sqrt{3} - 2\sqrt{3}}{3}\right)a_0 = \left(\frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{3}}{12}\right)g$$

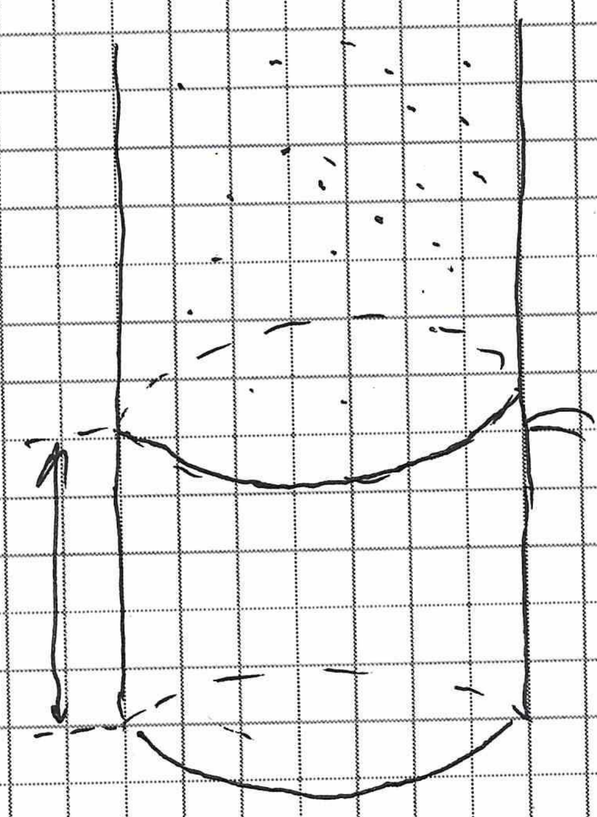
$$\frac{3-\sqrt{3}}{3}a_0 = \frac{\sqrt{3}}{12}g \qquad (3-\sqrt{3})a_0 = \frac{\sqrt{3}}{4}g$$

$$a_0 = \frac{\sqrt{3}}{4(3-\sqrt{3})}g \quad \text{или} \quad a_0 = 3{,}42\ м/с^2$$

Т.к. a_0 получилось > 0, то направление совпадает с предполож.

$\Rightarrow$ ускорение направлено вправо

№7



При $h = 0{,}5$ м можно считать, что давление воздуха в сосуде $p = const = 10^5$ Па

1) $T = 308$ K

$$\nu_1 = \frac{pV}{RT_1}$$

2) $T = 293$ K

$$\nu_2 = \frac{pV}{RT_2}$$

На протяжении дня: $\Delta V = \frac{\Delta\nu RaT}{p}$

* ν – производительность $\quad \nu \sim \Delta V$

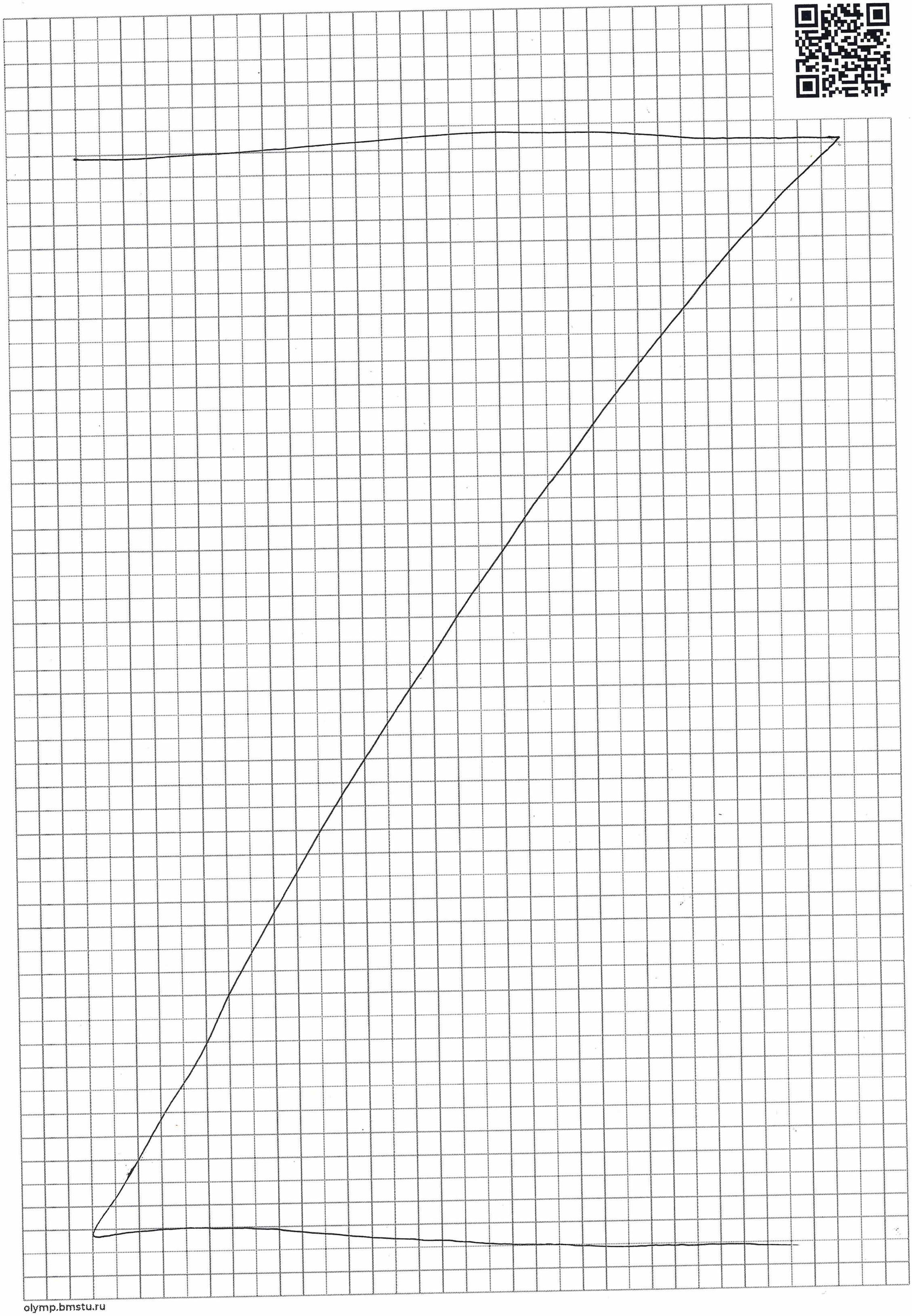
Вариант задания 2

$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{\Delta V_1}{\Delta V_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{T_2}{T_1}$

$\Rightarrow \eta = \frac{\eta_1}{\eta_2} = 0,95$

η_1 – в жарком климате

η_2 – в прохладном климате



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания _____

Лист работы ____ из ____

Можно использовать оборот листа для записи решений

